

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ»

**УТВЕРЖДАЮ**

Ректор

И.В.Лобанов

«24» сентября 2019 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
«МАТЕМАТИКА»**

для поступающих на образовательные программы бакалавриата

Москва 2019

## 1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЭКЗАМЕНА

Цель экзамена — установить уровень знаний абитуриентов по математике.

Экзамен проводится в письменной форме.

Экзаменационный билет содержит задания (задачи), соответствующие содержанию тем программы (п. 2).

Продолжительность вступительного экзамена по математике составляет 4 часа (240 минут).

Во время экзамена абитуриентам запрещается пользоваться мобильными телефонами и любым другим электронным оборудованием, за исключением непрограммируемых калькуляторов.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ ПРОГРАММЫ

### Тема 1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

#### *Арифметика, алгебра и начала анализа*

Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращённого умножения. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Логарифмы, их свойства. Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трёхчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, чётность, нечётность. Понятие производной.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций:

линейной  $y = kx + b$ ;

квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ ;

степенной  $y = ax^n$  ( $n \in N$ ),  $y = k/x$ ;

показательной  $y = a^x$  ( $a > 0$ );

логарифмической  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ );

тригонометрических функций ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ );

арифметического корня  $y = \sqrt{x}$ .

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

Преобразование в произведение сумм  $\sin \alpha \pm \sin \beta$ ;  $\cos \alpha \pm \cos \beta$ .

Физический и геометрический смысл производной.

Производные функций

$$y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x,$$

$$y = a^x, y = ax^n \ (n \in \mathbb{Z}), y = \ln x.$$

### ***Геометрия***

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразования подобия и его свойства. Подобие. Подобные фигуры. Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Четырёхугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Формула площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции. Отношение площадей подобных фигур.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Куб. Параллелепипед. Пирамида. Сфера. Конус.

## **Тема 2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ**

### ***Алгебра и начала анализа***

Свойства функции  $y = kx$  и её график.

Свойства функции  $y = kx + b$  и её график.

Свойства функции  $y = ax^2 + bx + c$  и её график.

Свойства корней квадратного трёхчлена.

Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  и их графики.

Определение и свойства функции  $y = \operatorname{tg} x$  и её график.

Определение и свойства функции  $y = \operatorname{ctg} x$  и её график.

Решение уравнений вида  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ .

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Производная суммы двух функций.

### *Геометрия*

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудалённых от концов отрезка.

Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника.

Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма, его свойства.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и её свойства.

Величина угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольника. Теорема синусов. Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости.

Уравнение окружности.

### **3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ**

Задачи экзаменационного билета (см. образец) разбиты на 2 группы: **В** и **С**.

Первая группа задач (**В1–В19**) позволяет оценить базовый уровень знаний по математике. Задачи этой группы разбиты на 3 уровня сложности. Каждая правильно решенная задача №№ **В1- В5** оценивается в **два балла**. Каждая правильно решенная задача №№ **В6- В15** оценивается в **три балла**. Каждая правильно решенная задача №№ **В17- В19** оценивается в **шесть баллов**.

При выполнении задач №№ **В1- В15** абитуриенту требуется применить свои знания в знакомой ситуации. Эти задачи соответствуют минимуму содержания всех разделов элементарной математики средней школы (алгебры, геометрии, математического анализа и т.д. в пределах программы математики). При решении задач №№ **В16- В19** абитуриент должен применить свои знания в измененной ситуации, используя навыки анализа стандартных задач различных разделов элементарной математики (алгебры, геометрии, математического анализа и т.д. в пределах программы математики средней школы).

Во второй группе — самые сложные задачи (**С1–С4**). Эта группа задач состоит из заданий повышенного уровня сложности. Каждая правильно решенная задача группы **С** оценивается в **девять баллов**.

После выполнения экзаменационной работы в черновике абитуриент должен правильно оформить бланк экзаменационного билета (чистовик). Для

этого ему нужно:

- 1) переписать из черновика ответы задач **В1–В19** в графу «**Ответы**»;
- 2) перенести краткие решения задач **С1–С4** (соотношения, которые следуют из условий, основные преобразования и т. д.) в бланк экзаменационного билета и выписать здесь же ответы. Графа «**Баллы**» абитуриентом не заполняется.

Любая задача из группы **В** считается решённой правильно, если в графе «**Ответы**» бланка экзаменационного билета приведён правильный ответ этой задачи. Отсутствие в бланке экзаменационного билета правильно записанного ответа по задачам **В1 – В19** означает, что соответствующее задание **не выполнено**.

Задача группы **С** считается правильно решённой, если на бланке экзаменационного билета приведено краткое её решение со всеми необходимыми промежуточными выкладками, а также приведён правильный ответ. Наличие в чистовике краткого решения задач группы **С** позволяет экзаменаторам оценить эти решения и при наличии ошибок. В этом случае (в зависимости от ошибки) решение задачи оценивается целым числом от 0 до 9 баллов.

Обращаем внимание абитуриентов на то, что **черновики экзаменационной работы** ни во время её проверки, ни во время апелляции **не рассматриваются**.

#### 4. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю. П. Дудницын и др.; под ред. А. Н. Колмогорова. Алгебра и начала математического анализа: 10-11-й классы: учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2013.
2. Е.В. Хорошилова. Элементарная математика: Учеб. пособие для слушателей подготовительных отделений, абитуриентов и старшеклассников. – М.: Изд-во МГУ, 2010
3. Программы и контрольные работы для слушателей очно-заочных и заочных подготовительных курсов. — Москва, ГУУ, 1999.
4. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы (по ред. М. Сканави). — Москва, «Высшая школа», 1992.
5. В.В.Лебедев. Математика на вступительном экзамене в Государственный университет управления. — Москва, НВТ-Дизайн, 2005.
6. Математика абитуриенту. Готовимся к ЕГЭ на подготовительных курсах. Обучающие, тренировочные и контрольные материалы в двух частях. Под общей ред. В.В.Лебедева. –М., 2008.
7. Математика абитуриентам. Пособие по математике для подготовки к вступительному экзамену.— Москва, ГУУ, 2006.

**ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА ПО МАТЕМАТИКЕ**

I. Решите задачи № В1 - № 19 на черновике и запишите их ответы справа от условия в столбце «Ответы»			
№	Условия задач	Ответы	Баллы
<b>В1.1.</b>	Решить уравнение $\sqrt{2x-3} = 5$ .		<b>2</b>
<b>В2.</b>	Решить уравнение $\cos 3x = 0,5$ .		<b>2</b>
<b>В3.</b>	Решить уравнение $ x+2  = 4$ .		<b>2</b>
<b>В4.</b>	Найдите значение выражения $\frac{a - 4a^{0,5}}{a^{0,75} + 2\sqrt{a}}$ при $a=81$ .		<b>2</b>
<b>В5.</b>	Решить неравенство $x^2 - 3x + 2 > 0$ .		<b>2</b>
<b>В6.</b>	Решить уравнение $(x^2 - 36) \cdot (\log_2(5-x) - 3) = 0$ .		<b>3</b>
<b>В7.</b>	Решить систему уравнений: $\begin{cases} -3x + 2\sqrt{y} = 7 \\ 4x + 3\sqrt{y} = 2. \end{cases}$		<b>3</b>
<b>В8.</b>	Решить уравнение $(\cos x + 0,5) \cdot \sqrt{\operatorname{tg} x} = 0$ .		<b>3</b>
<b>В9.</b>	Решить неравенство $(x^2 - 6x + 5)(3^x - 81) < 0$ .		<b>3</b>
<b>В10.</b>	Решить уравнение $ x-3  = 2x-8$ .		<b>3</b>
<b>В11.</b>	Решить неравенство $4^x - 3 \cdot 6^x + 9^x < 0$ .		<b>3</b>
<b>В12.</b>	Решите неравенство $5^{x+1} > \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}$ .		<b>3</b>
<b>В13.</b>	Решите уравнение $\cos^2 x - \sin x + 1 = 0$ .		<b>3</b>

<b>В</b> <b>1</b> <b>4.</b>	После двух последовательных снижений на одно и то же число процентов цена товара снизилась с 9000 руб до 5760 руб. На сколько процентов каждый раз снижалась цена товара?		<b>3</b>
<b>В</b> <b>1</b> <b>5.</b>	Даны координаты вершин треугольника $ABC$ : $A(3; 6)$ ; $B(-5; 2)$ ; $C(4; -8)$ . Найдите длину медианы треугольника $CM$ .		<b>3</b>
<b>В</b> <b>1</b> <b>6.</b>	При каких значениях параметра $a$ уравнение $(7\cos(2x+3) + 5\sin(2x+3) + a)(x-1) = 0$ не имеет отрицательных решений?		<b>6</b>
<b>В</b> <b>1</b> <b>7.</b>	Сухая строительная смесь состоит из цемента и песка. Какое максимальное количество смеси, содержащей третью часть цемента, можно приготовить из одного мешка цемента (50 кг) и 200 кг смеси, содержащей пятую часть цемента?		<b>6</b>
<b>В</b> <b>1</b> <b>8.</b>	$f(x) = \log_{ x } \left( 1 - \left( \frac{x-3}{x+2} \right)^{-1} \right)$ . Найдите область определения функции $y = f(x) \cdot \sqrt{16-x^2}$ .		<b>6</b>
<b>В</b> <b>1</b> <b>9.</b>	На отрезке $AB$ взяты точки $C$ и $D$ так, что $AC:CB = 3:8$ , $AD:DB = 7:5$ . Найдите отношение длин отрезков $AC$ и $CD$ .		<b>6</b>
<p>II. Решив задачи №С1 и №С4 на черновике, запишите их краткие решения (основные соотношения, преобразования и т.д.) и ответы на этой странице и обороте экзаменационного билета</p>			
<b>№</b>	<b>Условия задач</b>		<b>Баллы</b>
<b>С</b> <b>1</b>	А. На боковых сторонах $AB$ и $BC$ равнобедренного треугольника $ABC$ взяты соответственно точки $M$ и $N$ . Окружность с центром в точке $O$ , лежащей на основании $AC$ этого треугольника, касается его боковых сторон и прямой $MN$ . Найти площадь треугольника $AMO$ , если $CO = 5$ , $NO = 6$ , $CN = 7$ .		<b>9</b>

	<p>Б. (продолжение) <math>OD</math> - биссектриса угла <math>\angle NOC</math> (точка <math>D</math> лежит на отрезке <math>NC</math> ).                  Найти значение чисел <math>p</math> и <math>q</math>, если <math>\overline{NO} = p\overline{OD} + q\overline{CN}</math>.</p>	
С 2	<p>А. Исследовать функцию <math>y = -x^2 \cdot  x+6 </math> и построить ее график.</p>	9
	<p>Б. Сколько решений имеет уравнение <math>\frac{4\lg(3-x)}{ \lg(3-x) } - x^2 \cdot  x+6  = a</math> ?</p>	
С 3	<p>А. В трапеции <math>ABCD</math> с основаниями <math>AD</math> и <math>BC</math> точка <math>O</math> - пересечение диагоналей, а точка <math>P</math> лежит на диагонали <math>AC</math> . Известно, что <math>AP:PC = 1:5</math> , <math>AO:OC = 2:1</math> .                  Найти отношение площадей треугольников <math>APB</math> и <math>COD</math> .</p>	9
	<p>Б. Найти значения чисел <math>p</math> и <math>q</math>, если <math>\overline{AB} = p\overline{PC} + q\overline{AD}</math> .</p>	
С 4	<p>А. На плоскости <math>Oxy</math> постройте множество точек, координаты которых <math>x</math> и <math>y</math> удовлетворяют неравенству <math>y - 2x \leq \sqrt{3x^2 - 4xy - 12x}</math>.</p>	9
	<p>Б. При каких значениях параметра <math>a</math> система <math>\begin{cases} y - 2x \leq \sqrt{3x^2 - 4xy - 4x}, \\ x^2 + y^2 - 10y \leq a \end{cases}</math> имеет хотя бы одно действительное решение?</p>	
ВСЕГО:		100