

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ»**

**УТВЕРЖДАЮ**  
И.о. ректора ГУУ  
И.В. Лобанов  
«27» сентября 2017 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**  
**«МАТЕМАТИКА»**  
для поступающих на образовательные программы бакалавриата

## 1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЭКЗАМЕНА

Цель экзамена — установить уровень знаний абитуриентов по математике.

Экзамен проводится в письменной форме.

Экзаменационный билет содержит задания (задачи), соответствующие содержанию тем программы (п. 2).

Продолжительность вступительного экзамена по математике составляет 4 часа (240 минут).

Во время экзамена абитуриентам запрещается пользоваться мобильными телефонами и любым другим электронным оборудованием, за исключением непрограммируемых калькуляторов.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ ПРОГРАММЫ

<b>Тема 1. Преобразование алгебраических уравнений</b>	
<b>1.</b>	Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Числовые множества. Операции над числовыми множествами. Числовые выражения. Модуль числа. Геометрический смысл модуля.
<b>2.</b>	Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Преобразование алгебраических выражений. Понятие процента.
<b>Тема 2. Числовая функция, ее свойства и график</b>	
<b>3.</b>	Понятие функции. Основные свойства функции. График функции. Построение и преобразование графиков функций.
<b>Тема 3. Линейная и дробно-линейная функции</b>	
<b>4.</b>	Линейная функция. Свойства линейной функции, ее график. Линейные уравнения и неравенства. Системы и совокупности линейных уравнений и неравенств.
<b>5.</b>	Задачи с параметрами. Графические методы решения задач с параметрами.
<b>6.</b>	Линейные уравнения и неравенства, содержащие модуль.
<b>7.</b>	Дробно-линейная функция. Свойства дробно-линейной функции и её график.
<b>Тема 4. Квадратичная функция</b>	
<b>8.</b>	Квадратичная функция. Свойства квадратичной функции и её график. Квадратные уравнения. Теорема Виета. Квадратные

	неравенства.
9.	Дробно-рациональные уравнения. Рациональные неравенства. Метод интервалов.
10.	Окружность. Уравнение окружности. Метод областей.
<b>Тема 5. Текстовые задачи</b>	
11.	Простейшие текстовые задачи. Задачи на проценты и смеси. Задачи на движение. Задачи на работу.
12.	Понятие прогрессии. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула $n$ -го члена и суммы первых $n$ членов арифметической прогрессии. Формула $n$ -го члена и суммы первых $n$ членов геометрической прогрессии.
<b>Тема 6. Элементы теории вероятностей</b>	
13.	Элементы комбинаторики. Классическое определение вероятности. Алгебра событий.
<b>Тема 7. Иррациональная функция</b>	
14.	Иррациональная функция, ее свойства и график.
15.	Иррациональные уравнения и неравенства.
<b>Тема 8. Тригонометрия</b>	
16.	Тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции, их свойства и графики. Тригонометрические функции в прямоугольном треугольнике. Тожественные преобразования тригонометрических выражений. Обратные тригонометрические функции.
17.	Простейшие тригонометрические уравнения. Тригонометрические уравнения (уравнения, сводящиеся к квадратным уравнениям, однородные уравнения и т. д.). Тригонометрические уравнения с отбором корней.
<b>Тема 9. Показательная и логарифмическая функции</b>	
18.	Показательная и логарифмическая функции. Их свойства и графики.
19.	Преобразования показательных и логарифмических выражений.
20.	Показательные уравнения и неравенства.
21.	Логарифмические уравнения и неравенства.
22.	Обобщенный метод интервалов. Метод рационализации. Системы неравенств.
<b>Тема 10. Элементы математического анализа</b>	
23.	Производная. Физический и геометрический смысл производной. Вычисление производной функции.
24.	Нахождение: экстремумов функции, наибольшего и наименьшего значений функций на заданном промежутке. Построение графиков функций с использованием производной.

25.	Понятие первообразной. Нахождение первообразной функции. Применение первообразных для вычисления площадей плоских фигур.
<b>Тема 11. Планиметрия</b>	
26.	Периметр многоугольника. Длина окружности и длина дуги окружности. Вычисление площадей плоских фигур: треугольник, прямоугольный треугольник, квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция, круг, сектор круга. Отношение площадей подобных фигур.
27.	Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Формула расстояния между двумя точками плоскости, заданными своими координатами. Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых. Подобные фигуры. Окружность, круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности и её свойства. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Треугольник. Сумма углов треугольника. Медиана, биссектриса и высота треугольника. Виды треугольников. Свойства равнобедренного треугольника. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Теоремы синусов и косинусов. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Признаки равенства и подобия треугольников. Многоугольник: его вершины, стороны, диагонали. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника. Четырёхугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Признаки параллелограмма, его свойства.
28.	Решение задач планиметрии, в том числе с доказательством и многовариантные
<b>Тема 12. Стереометрия</b>	
29.	Простейшие задачи стереометрии. Вычисление площадей поверхностей и объемов. Шар, сфера, пирамида, параллелепипед, призма, конус, цилиндр.
30.	Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости, расстояние между прямыми.
31.	Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.
32.	Построение сечений и нахождение их площадей.

### 3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Задачи экзаменационного билета (см. образец) разбиты на 2 группы: **В** и **С**.

Первая группа задач (**В1–В19**) позволяет оценить базовый уровень знаний по математике. Задачи этой группы разбиты на 3 уровня сложности.

Каждая правильно решенная задача №№ **В1- В5** оценивается в **два балла**.

Каждая правильно решенная задача №№ **В6- В15** оценивается в **три балла**.

Каждая правильно решенная задача №№ **В17- В19** оценивается в **шесть баллов**.

При выполнении задач №№ **В1- В15** абитуриенту требуется применить свои знания в знакомой ситуации. Эти задачи соответствуют минимуму содержания всех разделов элементарной математики средней школы (алгебры, геометрии, математического анализа и т.д. в пределах программы математики средней школы).

При решении задач №№ **В16- В19** абитуриент должен применить свои знания в измененной ситуации, используя навыки анализа стандартных задач различных разделов элементарной математики (алгебры, геометрии, математического анализа и т.д. в пределах программы математики средней школы).

Во второй группе — самые сложные задачи (**С1–С4**). Эта группа задач состоит из заданий повышенного уровня сложности. Каждая правильно решенная задача группы **С** оценивается в **девять баллов**.

После выполнения экзаменационной работы в черновике абитуриент должен правильно оформить бланк экзаменационного билета (чистовик). Для этого ему нужно:

- 1) переписать из черновика ответы задач **В1–В19** в графу «**Ответы**»;
- 2) перенести решения задач **С1–С4** (соотношения, которые следуют из условий, основные преобразования и т. д.) в бланк экзаменационного билета и выписать здесь же ответы. Графа «**Баллы**» абитуриентом не заполняется.

Любая задача из группы **В** считается решённой правильно, если в графе «**Ответы**» бланка экзаменационного билета приведён правильный ответ этой задачи. Отсутствие в бланке экзаменационного билета правильно записанного ответа по задачам **В1 – В19** означает, что соответствующее задание **не выполнено**.

Задача группы **С** считается правильно решённой, если на бланке экзаменационного билета приведено её решение со всеми необходимыми промежуточными выкладками, а также приведён правильный ответ. Наличие в чистовике решения задач группы **С** позволяет экзаменаторам оценить эти решения и при наличии ошибок. В этом случае (в зависимости от ошибки) решение задачи оценивается целым числом от 0 до 9 баллов.

Обращаем внимание абитуриентов на то, что **черновики экзаменационной работы** ни во время её проверки, ни во время апелляции **не рассматриваются**.

#### 4. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровень) / А.Г. Мордкович, Л. О. Денищева, Л. И. Звавич и др.— М.: Мнемозина, 2014.
2. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровень) / А.Г. Мордкович, Л. О. Денищева, Л. И. Звавич и др.— М.: Мнемозина, 2014.
3. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровень) / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин— М.: Просвещение, 2016.
4. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровень) / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин— М.: Просвещение, 2017.
5. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (Базовый и углубленный уровни) / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин— М.: Просвещение, 2014.
6. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (Базовый и углубленный уровни) / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин— М.: Просвещение, 2014.
7. Геометрия. 10 – 11 классы. Учебник для общеобразовательных организаций / Л.С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.— М.: Просвещение, 2014.
8. Геометрия. 7 – 9 классы. Учебник для общеобразовательных организаций / Л.С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.— М.: Просвещение, 2014.
9. Математика абитуриентам. Готовимся к ЕГЭ на подготовительных курсах. Сборник задач. Часть 1.(3-ье издание, дополненное и исправленное). Учебное пособие / *под общей редакцией* В.В.Лебедева - М.: Издательский дом ГОУВПО «ГУУ», 2016, 2017.
10. Математика абитуриентам. Готовимся к ЕГЭ на подготовительных курсах. Сборник задач. Часть 2.(4-ое издание, дополненное и исправленное). Учебное пособие / *под общей редакцией* В.В.Лебедева - М.: Издательский дом ГОУВПО «ГУУ», 2016, 2017.
11. Математика абитуриентам: учебно-практическое пособие для подготовки к внутреннему вступительному испытанию по математике / *под общей редакцией* Е.А.Губаревой - М.: Издательский дом ГОУВПО «ГУУ», 2017.

## ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА ПО МАТЕМАТИКЕ

1. Решите задачи № В1 - №19 на черновике и запишите их ответы справа от условия в столбце «Ответы»			
№	<i>Условия задач</i>	<i>Ответы</i>	<i>Баллы</i>
В1.	Таксист за месяц проехал 1600 километров. Стоимость 1 литра бензина 41 рубль. Средний расход бензина на 100 километров составляет 8 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?		
В2.	Вычислите значение выражения $\frac{x^2 y^3}{xy}$ при $x = -3$ , $y = 5$ .		
В3.	Решите уравнение $3(x-1) = 2(x-1)$ .		
В4.	Решите неравенство $3(x-1) \leq 2(x-1)$ .		
В5.	Сторона равностороннего треугольника равна 8. Найдите длину стороны квадрата, имеющего периметр равный периметру этого треугольника.		
В6.	Найдите расстояние между точками плоскости с координатами (2; 5) и (-1; 9).		
В7.	Решите уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0$ .		
В8.	Решите неравенство $x(x-1) > x+3$ .		
В9.	Решите уравнение $(\sqrt{225-x^2} - 15)(x-16) = 0$ .		
В10.	Решите уравнение $2^{x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}$ .		
В11.	Решите неравенство $2^{x-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} > 0$ .		
В12.	Найдите область определения функции $y = \sqrt{4-x} + \frac{2}{x-3}$ .		
В13.	Сухая строительная смесь состоит из цемента и песка. Какое максимальное количество смеси, содержащей третью часть цемента, можно приготовить из одного мешка цемента (50 кг) и 200 кг смеси, содержащей пятую часть цемента?		
В14.	После двух последовательных снижений на одно и то же число процентов цена товара снизилась с 9000 рублей до 5760 рублей. На сколько процентов каждый раз снижалась цена товара?		

B15.	Угол при основании равнобедренного треугольника равен $61^\circ$ . Найдите внутренний угол при его вершине.		
B16.	Решите уравнение $\log_7(x^2 - 4x + 1) = \log_7(1 - x)$ .		
B17.	Найдите длину основания равнобедренного треугольника, если его боковая сторона имеет длину $10$ см, а высота, проведенная к основанию – $6$ см.		
B18.	Радиус первой окружности в $2$ раза меньше радиуса второй окружности. Чему равна длина первой окружности, если длина второй равна $12$ ?		
B19.	Запаянный сосуд в виде прямоугольного параллелепипеда с ребрами $40, 48$ и $55$ см стоит на горизонтальной поверхности так, что наибольшая грань является дном. В сосуд налита вода до уровня $24$ см. На каком уровне (см) окажется вода, если сосуд поставить на наименьшую грань?		
2. Решив задачи №С1-№С4 на черновике, запишите их краткие решения (основные соотношения, преобразования и тд.) и ответы на обороте экзаменационного билета.			
№	Условия задач	Баллы	
С1.	а) Решите уравнение $3\cos^2 x + 3\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$ .		
	б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $(-\pi; \pi]$ .		
С2.	Решите неравенство $\log_2^2(x-1) + \log_{0,5}(x-1)^4 + 3 \geq 0$ .		
С3.	На катетах $AC$ и $BC$ прямоугольного треугольника $ABC$ вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$ . Точка $M$ – середина гипотенузы $AB$ , точка $H$ – точка пересечения прямых $CM$ и $DK$ . а) Докажите, что $CM \perp DK$ .		
	б) Найдите длину отрезка $MH$ , если известно, что катеты треугольника $ABC$ равны $60$ и $80$ .		
С4.	а) Постройте график функции $y = x^2 + 4 x $ .		
	б) Найдите все значения $a$ , при которых уравнение $ x^2 + 4 x  + a  = 6$ имеет три различных действительных корня.		
		<b>Всего:</b>	