Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. ректора
В.В. Строев
16 ноября 2015 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

для поступающих на образовательные программы бакалавриата

Москва 2015

1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЭКЗАМЕНА

Цель экзамена — установить уровень знаний абитуриентов по математике.

Экзамен проводится в письменной форме.

Экзаменационный билет содержит задания (задачи), соответствующие содержанию тем программы (п. 2).

Продолжительность вступительного экзамена по математике составляет 4 часа (240 минут).

Во время экзамена абитуриентам запрещается пользоваться мобильными телефонами и любым другим электронным оборудованием, за исключением непрограммируемых калькуляторов.

2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ ПРОГРАММЫ

Тема 1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращённого умножения. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Логарифмы, их свойства. Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трёхчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, чётность, нечётность. Понятие производной.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций:

линейной $y = kx + b$;

квадратичной $y = ax^2 + bx + c$;

степенной $y = ax^n$ $(n \in N)$, $y = k/x$;

показательной $y = a^x$ $(a > 0)$;

логарифмической $y = \log_a x$ $(a > 0, a \neq 1)$;

тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$);

арифметического корня $y = \sqrt{x}$.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула *n*-го члена и суммы первых *n* членов арифметической прогрессии. Формула *n*-го члена и суммы первых *n* членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Преобразование в произведение сумм $\sin\alpha \pm \sin\beta$; $\cos\alpha \pm \cos\beta$.

Физический и геометрический смысл производной.

Производные функций

$y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,

$y = a^x$, $y = ax^n$ $(n \in Z)$, $y = \ln x$.

Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразования подобия и его свойства. Подобие. Подобные фигуры. Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Четырёхугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Формула площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции. Отношение площадей подобных фигур.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Куб. Параллелепипед. Пирамида. Сфера. Конус.

Тема 2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx$ и её график.

Свойства функции $y = kx + b$ и её график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и её график.

Свойства корней квадратного трёхчлена.

Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и её график.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$ и её график.

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

Формулы приведения.
Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
Тригонометрические функции двойного аргумента.
Производная суммы двух функций.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.
Свойства точек, равноудалённых от концов отрезка.
Признаки параллельности прямых.
Сумма углов треугольника.
Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.
Признаки параллелограмма, его свойства.
Окружность, описанная около треугольника.
Окружность, вписанная в треугольник.
Касательная к окружности и её свойства.
Величина угла, вписанного в окружность.
Признаки подобия треугольника. Теорема синусов. Теорема Пифагора.
Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
Формула расстояния между двумя точками плоскости.
Уравнение окружности.

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Задачи экзаменационного билета (см. образец) разбиты на 2 группы: **В** и **С**.

Первая группа задач (**В1–В19)** позволяет оценить базовый уровень знаний по математике. Задачи этой группы разбиты на 3 уровня сложности. Каждая правильно решенная задача **№№ В1- В5** оценивается в **два балла.** Каждая правильно решенная задача **№№ В6- В15** оценивается в **три балла.** Каждая правильно решенная задача **№№ В17- В19** оценивается в **шесть баллов.**

При выполнении задач **№№ В1- В15** абитуриенту требуется применить свои знания в знакомой ситуации. Эти задачи соответствуют минимуму содержания всех разделов элементарной математики средней школы (алгебры, геометрии, математического анализа и т.д. в пределах программы математики). При решении задач **№№ В16- В19** абитуриент должен применить свои знания в измененной ситуации, используя навыки анализа стандартных задач различных разделов элементарной математики (алгебры, геометрии, математического анализа и т.д. в пределах программы математики средней школы).

Во второй группе — самые сложные задачи (**С1–С4**). Эта группа задач состоит из заданий повышенного уровня сложности. Каждая правильно решенная задача группы **С** оценивается в **девять баллов.**

После выполнения экзаменационной работы в черновике абитуриент должен правильно оформить бланк экзаменационного билета (чистовик). Для этого ему нужно:

1) переписать из черновика ответы задач **В1–В19** в графу **«Ответы»**;

2) перенести краткие решения задач **С1–С4** (соотношения, которые следуют из условий, основные преобразования и т. д.) в бланк экзаменационного билета и выписать здесь же ответы. Графа **«Баллы»** абитуриентом не заполняется.

Любая задача из группы **В** считается решённой правильно, если в графе **«Ответы»** бланка экзаменационного билета приведён правильный ответ этой задачи. Отсутствие в бланке экзаменационного билета правильно записанного ответа по задачам **В1** – **В19** означает, что соответствующее задание **не выполнено**.

Задача группы **С** считается правильно решённой, если на бланке экзаменационного билета приведено краткое её решение со всеми необходимыми промежуточными выкладками, а также приведён правильный ответ. Наличие в чистовике краткого решения задач группы **С** позволяет экзаменаторам оценить эти решения и при наличии ошибок. В этом случае (в зависимости от ошибки) решение задачи оценивается целым числом от 0 до 9 баллов.

Обращаем внимание абитуриентов на то, что **черновики экзаменационной работы** ни во время её проверки, ни во время апелляции **не рассматриваются**.

4. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю. П. Дудницын и др.; под ред. А. Н. Колмогорова. Алгебра и начала математического анализа: 10-11-й классы: учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2013.
2. Е.В. Хорошилова. Элементарная математика: Учеб. пособие для слушателей подготовительных отделений, абитуриентов и старшеклассников. – М.: Изд-во МГУ, 2010
3. Программы и контрольные работы для слушателей очно-заочных и заочных подготовительных курсов. — Москва, ГУУ, 1999.
4. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы (по ред. М. Сканави). — Москва, «Высшая школа», 1992.
5. В.В.Лебедев. Математика на вступительном экзамене в Государственный университет управления. — Москва, НВТ-Дизайн, 2005.
6. Математика абитуриенту. Готовимся к ЕГЭ на подготовительных курсах. Обучающие, тренировочные и контрольные материалы в двух частях. Под общей ред. В.В.Лебедева. –М., 2008.
7. Математика абитуриентам. Пособие по математике для подготовки к вступительному экзамену.— Москва, ГУУ, 2006.

ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА ПО МАТЕМАТИКЕ

I. Решите задачи № В1 - № 19 на черновике и запишите их ответы справа от условия в столбце «Ответы»			
№	***Условия задач***	*Ответы*	*Баллы*
В 1.	Решить уравнение $\sqrt{2x-3}=5.$.		**2**
В 2.	Решить уравнение $\cos 3x = 0,5.$		**2**
В 3.	Решить уравнение $\mid x+2 \mid = 4.$		**2**
В 4.	Найдите значение выражения $\dfrac{a-4a^{0,5}}{a^{0,75}+2\sqrt{a}}$ при а=81.		**2**
В 5.	Решить неравенство $x^2-3x+2>0.$		**2**
В 6.	Решить уравнение $(x^2-36)\cdot(\log_2(5-x)-3)=0$.		**3**
В 7.	Решить систему уравнений: $\begin{cases} -3x+2\sqrt{y}=7 \\ 4x+3\sqrt{y}=2. \end{cases}$		**3**
В 8.	Решить уравнение $(\cos x+0,5)\cdot\sqrt{\operatorname{tg} x}=0.$		**3**
В 9.	Решить неравенство $(x^2-6x+5)(3^x-81)<0.$		**3**
В 10.	Решить уравнение $\mid x-3 \mid = 2x-8.$		**3**
В 11.	Решить неравенство $4^x-3\cdot6^x+9^x<0.$		**3**
В 12.	Решите неравенство $5^{x+1}>\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x-2}$.		**3**
В 13.	Решите уравнение $\cos^2 x-\sin x+1=0$.		**3**

В 14.	После двух последовательных снижений на одно и то же число процентов цена товара снизилась с 9000 руб до 5760 руб. На сколько процентов каждый раз снижалась цена товара?		**3**
В 15.	Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A*(3; 6); *B* (-5; 2); *C* (4; -8). Найдите длину медианы треугольника CM.		**3**
В 16.	При каких значениях параметра *a* уравнение $(7\cos(2x+3)+5\sin(2x+3)+a)(x-1)=0$ не имеет отрицательных решений?		**6**
В 17.	Сухая строительная смесь состоит из цемента и песка. Какое максимальное количество смеси, содержащей третью часть цемента, можно приготовить из одного мешка цемента (50 кг) и 200 кг смеси, содержащей пятую часть цемента?		**6**
В 18.	$f(x)=\log_{\lvert x\rvert}\left(1-\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^{-1}\right)$. Найдите область определения функции $y=f(x)\cdot\sqrt{16-x^2}$.		**6**
В 19.	На отрезке *AB* взяты точки *C* и *D* так, что $AC:CB=3:8$, $AD:DB=7:5$. Найдите отношение длин отрезков *AC* и *CD*.		**6**

II. Решив задачи №С1 и №С4 на черновике, запишите их краткие решения (основные соотношения, преобразования и т.д.) и ответы на этой странице и обороте экзаменационного билета

№	*Условия задач*	*Баллы*
С 1	А. На боковых сторонах *AB* и *BC* равнобедренного треугольника *ABC* взяты соответственно точки *M* и *N*. Окружность с центром в точке *O*, лежащей на основании *AC* этого треугольника, касается его боковых сторон и прямой *MN*. Найти площадь треугольника *AMO*, если *CO* = 5, *NO* = 6, *CN*= 7.	**9**

	Б. (продолжение) OD - биссектриса угла $\angle NOC$ (точка D лежит на отрезке NC). Найти значение чисел p и q, если $\overline{NO} = p\overline{OD} + q\overline{CN}$.	
С 2	А. Исследовать функцию $y = -x^2 \cdot \| x + 6 \|$ и построить ее график.	**9**
	В. Сколько решений имеет уравнение $\frac{4\lg(3-x)}{\|\lg(3-x)\|} - x^2 \cdot \| x+6 \| = a$?	
С 3	А. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC точка O – пересечение диагоналей, а точка P лежит на диагонали AC. Известно, что $AP : PC = 1 : 5$, $AO : OC = 2 : 1$. Найти отношение площадей треугольников APB и COD.	**9**
	Б. Найти значения чисел p и q, если $\overrightarrow{AB} = p\overrightarrow{PC} + q\overrightarrow{AD}$.	
С 4	А. На плоскости Oxy постройте множество точек, координаты которых x и y удовлетворяют неравенству $y - 2x \le \sqrt{3x^2 - 4xy - 12x}$.	**9**
	Б. При каких значениях параметра a система $\begin{cases} y - 2x \le \sqrt{3x^2 - 4xy - 4x}, \\ x^2 + y^2 - 10y \le a \end{cases}$ имеет хотя бы одно действительное решение?	
	ВСЕГО:	**100**